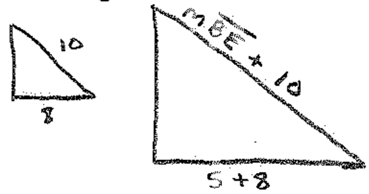
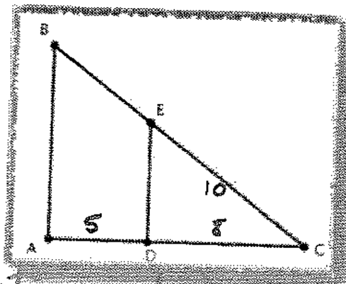
1. Dans le triangle rectangle ABC illustré ci-contre, on a tracé le segment de droite DE tel que $\overline{DE} \parallel \overline{AB}$.

   De plus, $m\overline{CE} = 10$ cm, $m\overline{DC} = 8$ cm et $m\overline{AD} = 5$ cm.





   a) Quelle est la mesure du segment BE?

   • $\Delta ABC \sim \Delta DEC$ (Thalès)

   • $K = \dfrac{8}{8+5} = \dfrac{10}{m\overline{BE}+10}$ (côtés homologues proportionnels)

   $8(m\overline{BE}+10) = 10 \cdot 13$

   $8m\overline{BE} + 80 = 130$

   $m\overline{BE} = \dfrac{130-80}{8} = 6{,}25$

   $m\overline{BE} = 6{,}25$ cm

   b) Quelle est la mesure du segment AB?

   • $m\overline{AB} = \sqrt{(16{,}25)^2 - 13^2} = 9{,}75$ (Pythagore)

   $m\overline{AB} = 9{,}75$ cm

2. Résous les équations.

   a) $\dfrac{3x-2}{4} = \dfrac{x}{5}$

   $5(3x-2) = 4x$

   $15x - 10 = 4x$

   $11x = 10$

   $\boxed{x = \dfrac{10}{11}}$

   c) $-\dfrac{2}{v} = \dfrac{3}{5+v}$

   $-2(5+v) = 3v$

   $-10 - 2v = 3v$

   $-10 = 5v$

   $\boxed{-2 = v}$

   b) $\dfrac{32}{x} = \dfrac{x}{2}$

   $x^2 = 2 \cdot 32$

   $\sqrt{x^2} = \sqrt{64}$

   $\boxed{x = \pm 8}$

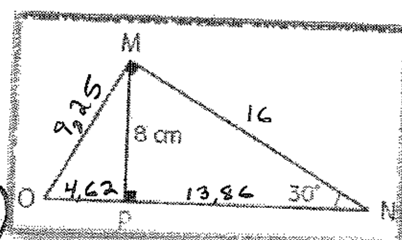
   d) $\dfrac{w-1}{14} = \dfrac{3}{5}$

   $5(w-1) = 3 \cdot 14$

   $5w - 5 = 42$

   $\boxed{w = \dfrac{47}{5} = 9{,}4}$

3. Résous le triangle suivant. Justifie chaque étape de ton raisonnement.



• $m\overline{MN} = 2 \cdot 8 = 16$ cm (Thm du 30°)

• $m\overline{NP} = \sqrt{16^2 - 8^2} = 13{,}86$ cm (Pythagore)

• $h^2 = c_1 \cdot c_2$ (Thm hauteur relative)

$8^2 = (13{,}86) \cdot m\overline{OP}$

$m\overline{OP} = \dfrac{8^2}{13{,}86} = 4{,}62$ cm

• $m\overline{MO} = \sqrt{(4{,}62+13{,}86)^2 - 16^2} = 9{,}25$ cm

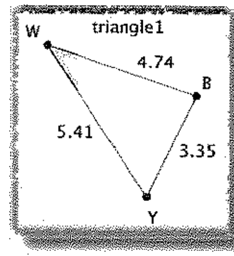
• Rép. $m\overline{MN} = 16$ cm

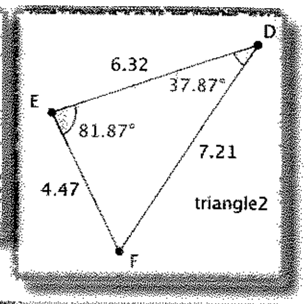
$m\overline{NP} = 13{,}86$ cm

$m\overline{OP} = 4{,}62$ cm

$m\overline{MO} = 9{,}25$ cm

4. Feghtyuyehhsiiw travaille dans une entreprise de broderie automatisée.

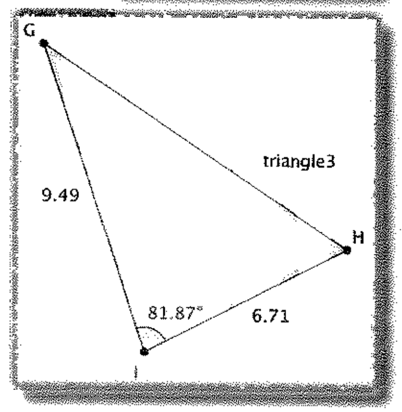




Un client demande à Feghtyuyehhsiiw pour broder les trois triangles scalènes à droites sur des casquettes.

En fait, le client veut trois sortes de casquettes différentes : une sorte de casquette pour chaque paire de triangles possible.

Feghtyuyehhsiiw doit planifier sa production. Il sait que des paires de triangles semblables simplifieraient de beaucoup la tâche. Dans ces cas, il n'a que le rapport de similitude *k* à entrer dans sa brodeuse pour que le deuxième triangle se brode automatiquement.



Aide Feghtyuyehhsiiw à déterminer si chaque paire possible est composée de triangles semblables. Pour ces paires de triangles semblables, n'oublie pas le rapport de similitude.

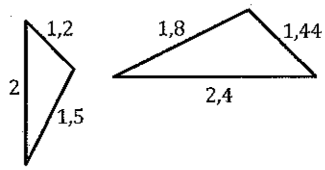
Les mesures indiquées sur les schémas ont été arrondies au centième près.

Présente une communication claire, détaillée et rigoureuse à Feghtyuyehhsiiw.

- $\Delta_1 \sim \Delta_2$ (CCC)
  - * $k \approx \frac{4{,}47}{3{,}35} \approx \frac{6{,}32}{4{,}74} \approx \frac{7{,}21}{5{,}41}$ (3 paires de côtés homologues proportionnels)
  - * $k \approx 1{,}33$
- $\Delta_2 \sim \Delta_3$ (CAC)
  - * $\angle E \cong \angle I$ (Par hypothèse)
  - * $k \simeq \frac{9{,}49}{6{,}32} \simeq \frac{6{,}71}{4{,}47}$ (2 paires de côtés homologues proportionnels)
  - * $k \simeq 1{,}50$

- $\Delta_1 \sim \Delta_3$ (Par transitivité, car $\Delta_1 \sim \Delta_2$ et $\Delta_2 \sim \Delta_3$)
  - * $k \simeq \frac{9{,}49}{4{,}74} \simeq \frac{6{,}71}{3{,}35} \simeq 2$ (côtés homologues de Δs semblables sont proportionnels)

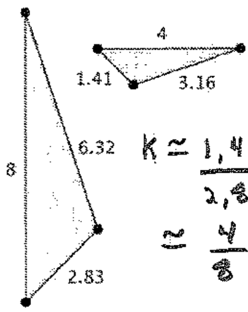
5. Détermine si les triangles sont semblables dans une paire. Si oui, indique la condition minimale (AA, CCC ou CAC) qui te permet de dire qu'ils sont semblables. et calcule, si possible, le rapport de similitude *k* entre les deux triangles.



$K = \frac{1,44}{1,2} = \frac{1,8}{1,5} = \frac{2,4}{2} = \frac{6}{5}$

Oui, CCC

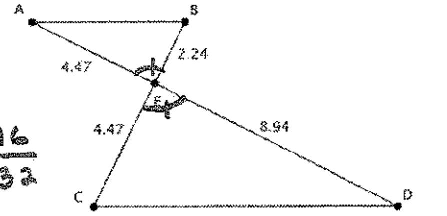
$K = \frac{6}{5}$ ou $\frac{5}{6}$



$K \simeq \frac{1,41}{2,83} \simeq \frac{3,16}{6,32} \simeq \frac{4}{8}$

Oui, CCC

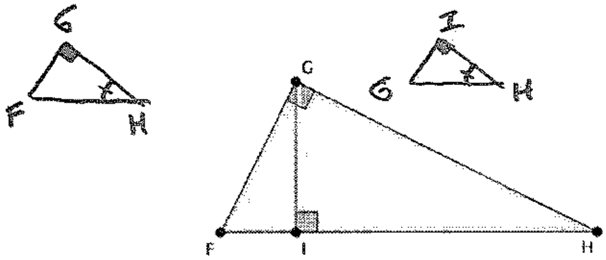
$K \simeq \frac{1}{2}$ ou $\frac{2}{1}$



$K \simeq \frac{4,47}{2,24} \simeq \frac{8,94}{4,47} \simeq \frac{2}{1}$

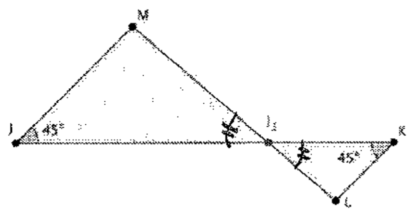
Oui, CAC

$K = \frac{2}{1}$ ou $\frac{1}{2}$



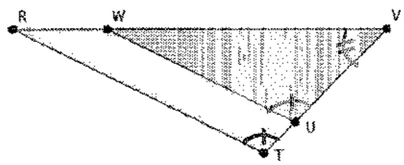
Oui, AA

K = ?



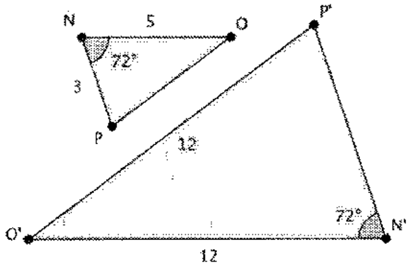
Oui, AA

K = ?



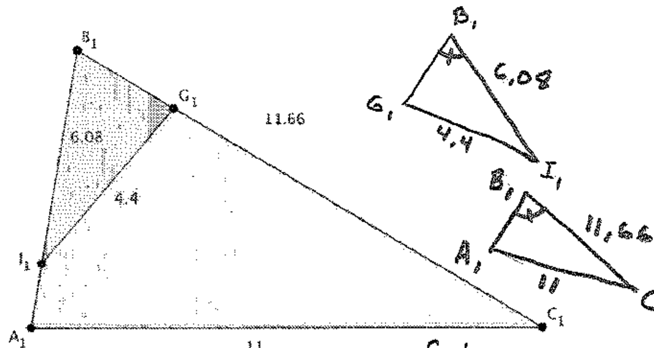
Oui, AA

K = ?



Non

–

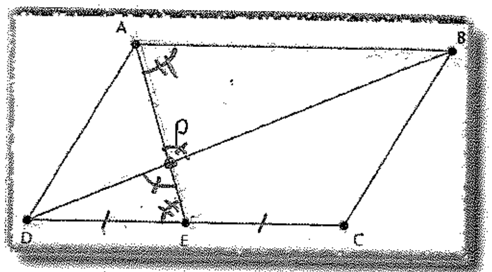


Non

L'angle B_1 n'est pas entre les côtés dont on connaît la mesure.

6. Laquelle des affirmations suivantes est nécessairement vraie?
   a) Deux rectangles semblables sont isométriques. FAUX
   b) Deux rectangles équivalents sont isométriques. FAUX
   c) Deux cercles équivalents sont isométriques. VRAI
   d) Deux cercles semblables sont isométriques. FAUX

9. Dans le parallélogramme ABCD représenté ci-dessous,



- E est le point milieu du segment de droite DC;
- P est le point d'intersection de la diagonale BD et du segment de droite AE.

Montrez que la mesure du segment AE est le triple de celle du segment PE.

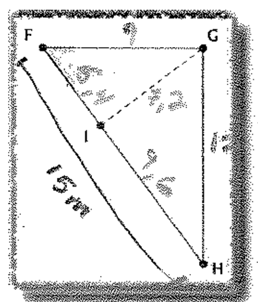
- $\Delta APB \sim \Delta EPD$ (AA)
  - $* \angle APB \cong \angle EPD$ ($\angle$s opposés sommet)
  - $* \angle DEP \cong \angle BAP$ ($\angle$s alternes-internes et $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$)
- $\overline{AB} \cong \overline{DC}$ (côtés opposés congrus d'un $\square$)
- $m\overline{DC} = 2\, m\overline{DE}$ (Par hypothèse)
- $m\overline{AB} = 2m\overline{DE}$ (Par substitution)
- Rapport de similitude entre ΔAPB et ΔEPD
  - $* \; K = \dfrac{m\overline{AB}}{m\overline{DE}} = \dfrac{2\,m\overline{DE}}{m\overline{DE}} = 2$ (Par substitution)
  - $* \; K = \dfrac{m\overline{AP}}{m\overline{PE}} = 2$

    $m\overline{AP} = 2\,m\overline{PE}$
- $m\overline{AE} = m\overline{AP} + m\overline{PE}$ (Par substitution)

  $= 2\,m\overline{PE} + m\overline{PE}$

  $m\overline{AE} = 3\,m\overline{PE}$ ■

8. Joe vend le terrain représenté à droite en deux parties distinctes. Avant que les nouveaux propriétaires prennent possession des terrains, il faut installer une clôture sur tous les segments possibles (surtout sur le segment GI).



L'hypoténuse FH du triangle FGH mesure 15 m. La hauteur issue du sommet G arrive sur l'hypoténuse au point I de telle sorte que la mesure du segment FI est 0,5625 fois la mesure du segment HI.

Avec ces seules mesures, prépare une communication claire et rigoureuse pour Joe présentant la longueur totale de clôture à installer.

- $1 m\overline{HI} + 0{,}5625\, m\overline{HI} = 15$

  $1{,}5625\, m\overline{HI} = 15$

  $m\overline{HI} = 9{,}6 \text{ m}$ (Par hypothèse)
- $m\overline{FI} = 15 - 9{,}6 = 5{,}4 \text{ m}$
- $(m\overline{GI})^2 = 5{,}4 \cdot 9{,}6$

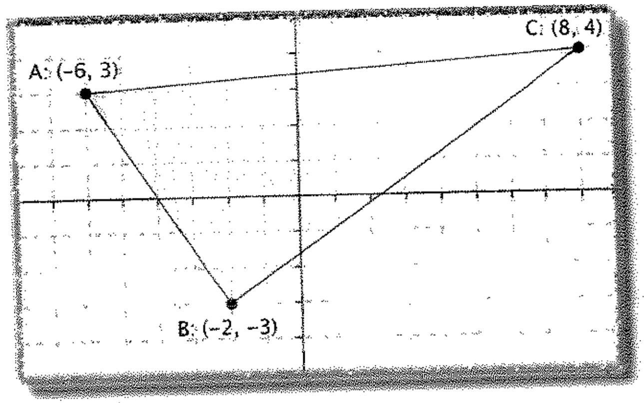
  $m\overline{GI} = 7{,}2$ (Thm hauteur relative)
- $(m\overline{FG})^2 = 5{,}4 \cdot 15$ (Thm projection des cathètes)

  $m\overline{FG} = 9$
- $m\overline{GH} = \sqrt{15^2 - 9^2} = 12$ (Pythagore)
- Longueur totale

  $15 + 9 + 12 + 7{,}2$

Longueur totale de 43,2 m.

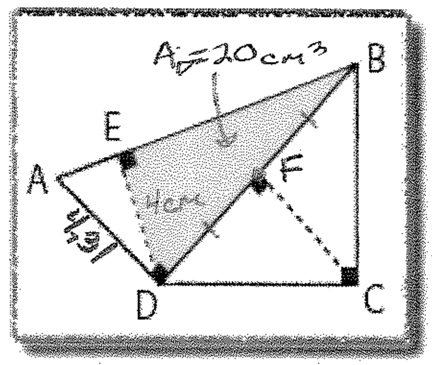
9 ~~8.~~ Joe affirme que le triangle ABC est rectangle. A-t-il raison?



- $d(A,C) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
  $= \sqrt{(8 - -6)^2 + (4 - 3)^2}$
  $= 14{,}04$
- $d(A,B) = \sqrt{(-2 - -6)^2 + (-3 - 3)^2}$
  $= 7{,}21$
- $d(B,C) = \sqrt{(8 - -2)^2 + (4 - -3)^2}$
  $= 12{,}21$
- $(7{,}21)^2 + (12{,}21)^2 \stackrel{?}{=} (14{,}04)^2$ (Pythagore)
  $201{,}07 \neq 197{,}12$

Le Δ n'est pas rectangle.
Joe a tort!

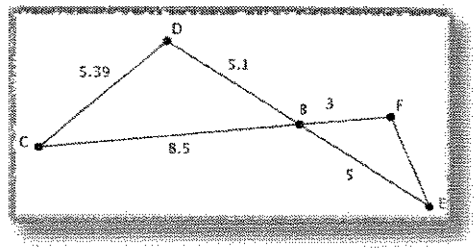
10 ~~9.~~ Détermine le périmètre du quadrilatère ABCD ci-contre, sachant que le segment DE mesure 4 cm et que l'aire de la région ombrée est de 20 cm².



- $A_{\Delta BDE} = \frac{b \cdot h}{2}$ (Aire d'un Δ)
  $20 = \frac{m\overline{BE} \cdot 4}{2}$
  $10 = m\overline{BE}$
- $m\overline{BD} = \sqrt{10^2 + 4^2} = 10{,}77$ (Pythagore)
- $b^2 = c_1 \cdot c$ (Thm projection des cathètes)
  $(10{,}77)^2 = 10 \cdot m\overline{BA}$
  $m\overline{BA} = 11{,}60$
- $m\overline{AD} = \sqrt{(11{,}60)^2 - (10{,}77)^2}$ (Pythagore)
  $= 4{,}31$
- $m\overline{DF} = m\overline{BF} = \frac{10{,}77}{2} = 5{,}39$ (Par hypothèse)
- $(m\overline{DC})^2 = m\overline{DF} \cdot m\overline{DB}$ (Thm projection des cathètes)
  $m\overline{DC} = \sqrt{5{,}39 \cdot 10{,}77}$
  $= 7{,}62$

- $m\overline{BC} = 7{,}62$ (idem)
- $P = 11{,}60 + 4{,}31 + 7{,}62 + 7{,}62 = 31{,}15$ cm ■

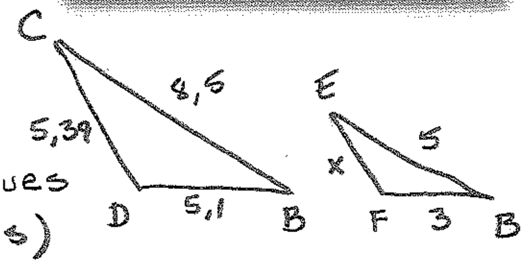
11. À l'aide d'une démonstration rigoureuse, détermine la mesure du segment EF.



• $\Delta BCD \sim \Delta BEF$ (CAC)

$*\angle DBC \cong \angle FBE$ ($\angle_s$ opposés sommet)

$* K = \frac{8,5}{5} = \frac{5,1}{3} = 1,7$ (2 paires de côtés homologues proportionnels)

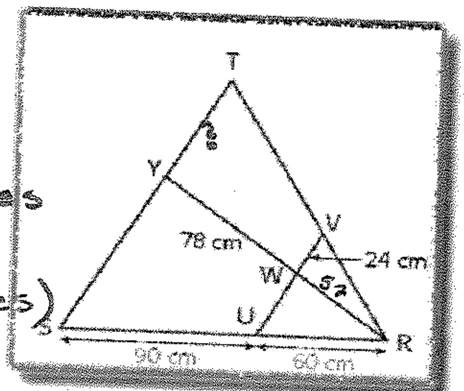


• $K = 1,7 = \frac{5,39}{m\overline{EF}}$ (côtés homologues proportionnels de Δ_s semblables)

$m\overline{EF} = \frac{5,39}{1,7} = 3,17$

• Rép. Le segment EF mesure 3,17 unités.

~~11~~ 12. Dans la figure à droite, $\overline{TS} \parallel \overline{VU}$. Quelle est la mesure du segment YT? Chaque étape doit être justifiée dans une démonstration rigoureuse.



• $\Delta WRU \sim \Delta YRS$ (Thm de Thalès)

• $K = \frac{60}{90+60} = \frac{60}{150} = \frac{2}{5}$ (Côtés homologues proportionnels de Δ_s semblables)

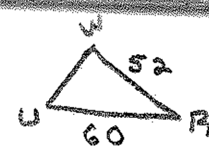
$K = \frac{2}{5} = \frac{m\overline{RW}}{m\overline{RW}+78}$

$5\,m\overline{RW} = 2(m\overline{RW}+78)$

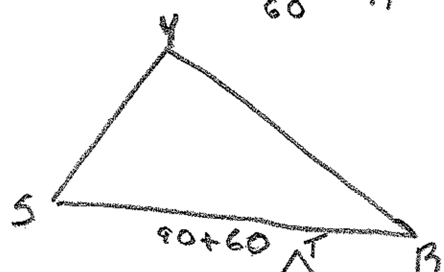
$5\,m\overline{RW} - 2\,m\overline{RW} = 156$

$3\,m\overline{RW} = 156$

$m\overline{RW} = 52$

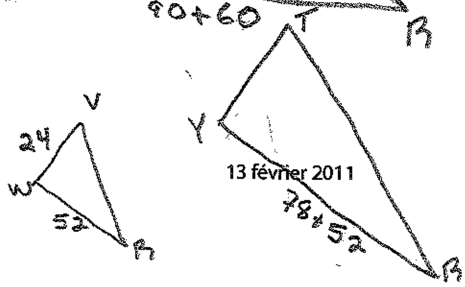


• $\Delta WRV \sim \Delta YRT$ (Thm de Thalès)

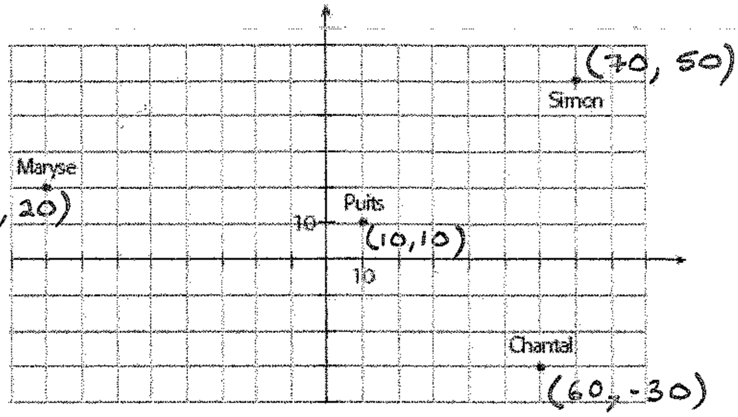


• $K = \frac{52}{78+52} = \frac{24}{m\overline{YT}}$ (côtés homologues proportionnels de Δ_s semblables)

$m\overline{YT} = \frac{24 \cdot 130}{52} = 60$ ■



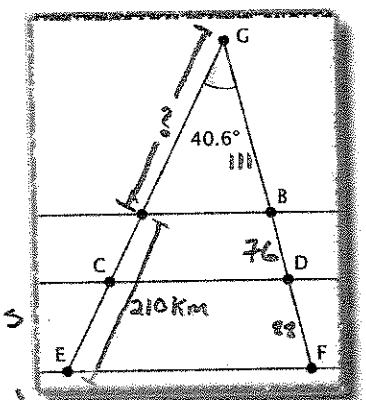
~~12~~ 13. Mais qui donc demeure le plus proche du puits?



$$\bullet\ d(M,P) = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$
$$= \sqrt{(10--80)^2+(10-20)^2}$$
$$= 90{,}55 \text{ m}$$
$$\bullet\ d(S,P) = \sqrt{(10-70)^2+(10-50)^2}$$
$$= 72{,}11 \text{ m}$$
$$\bullet\ d(C,P) = \sqrt{(10-60)^2+(10--30)^2}$$
$$= 64{,}03 \text{ m}$$

C'est Chantal qui demeure le plus proche du puits.

~~13~~ 14. À l'aide des informations fournies, calcule la mesure du segment AG. Chaque étape de ton raisonnement doit être justifiée rigoureusement. Toutes les mesures de longueur sont en kilomètres.



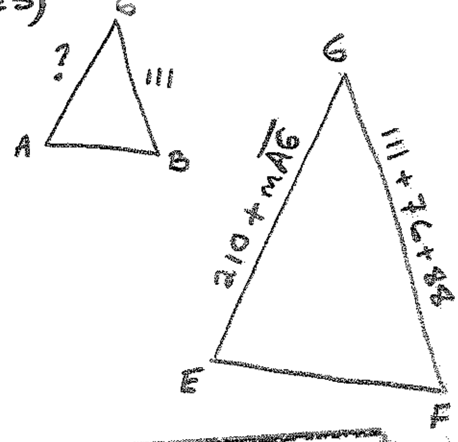
- m $\overline{AE}$ = 210
- m $\overline{DF}$ = 88
- m $\overline{DB}$ = 76
- m $\overline{BG}$ = 111 kilomètres

$\bullet\ \Delta AGB \sim \Delta EGF$ (Thm de Thalès)

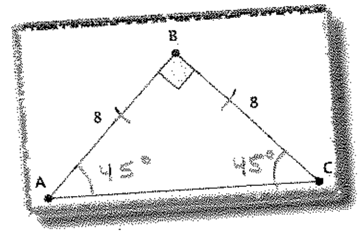
$$\bullet\ K = \frac{111+76+88}{111} = \frac{210+m\overline{AG}}{m\overline{AG}}$$ (Côtés homologues proportionnels de Δ_s semblables)

$$= \frac{275}{111} = \frac{210+m\overline{AG}}{m\overline{AG}}$$

$$275\, m\overline{AG} = 111\,(210+m\overline{AG})$$
$$275\, m\overline{AG} = 23310 + 111\, m\overline{AG}$$
$$164\, m\overline{AG} = 23310$$
$$m\overline{AG} = 142{,}13$$



15. Dans le triangle ABC illustré ci-contre, m ∠EFG = 90° et m $\overline{EF}$ = m $\overline{FG}$ = ~~12~~ 8 cm .



Lequel des triangles décrits ci-dessous est nécessairement semblable au triangle ~~EFG~~ ABC?

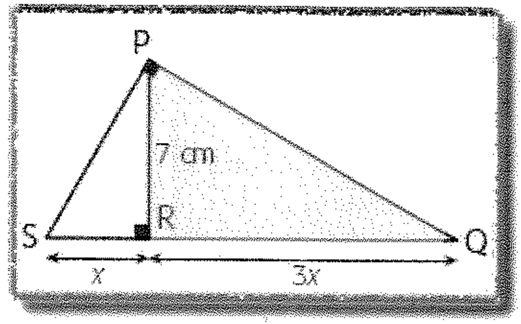
a) Un triangle ayant deux angles mesurant chacun 45 degrés.

b) Un triangle ayant deux côtés mesurant chacun 6 cm.

c) Un triangle rectangle ayant une hypoténuse mesurant 24 centimètres.

d) Un triangle ayant un côté mesurant 12 centimètres et un angle mesurant 45 degrés.

16. Calcule l'aire du triangle à droite.



• Thm hauteur relative dans ΔPQS

$* \; h^2 = c_1 \cdot c_2$

$7^2 = x \cdot 3x$

$49 = 3x^2$

$\sqrt{\frac{49}{3}} = x$

$4{,}04 = x$

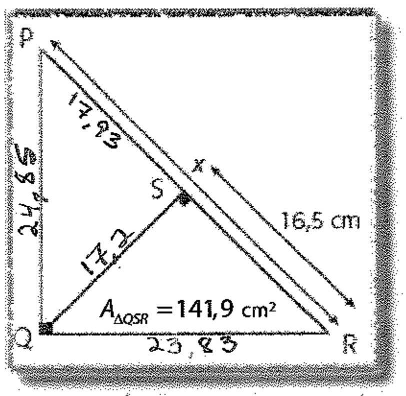
• $A_{\Delta PQR} = \frac{b \cdot h}{2}$

$= \frac{3x \cdot 7}{2}$

$= \frac{(3 \cdot 4{,}04) \cdot 7}{2} = 42{,}42$

Aire ombrée mesure $42{,}42 \text{ cm}^2$

17. Résous les triangles. Chaque étape doit être justifiée.



• $A_{\Delta QSR} = \frac{b \cdot h}{2}$ (Aire d'un Δ)

$141{,}9 = \frac{16{,}5 \cdot m\overline{QS}}{2}$

$m\overline{QS} = \frac{2 \cdot 141{,}9}{16{,}5} = 17{,}2$

• $m\overline{QR} = \sqrt{(16{,}5)^2 + (17{,}2)^2} = 23{,}83$ (Pythagore)

• $h = c_1 \cdot c_2$ (Thm hauteur relative)

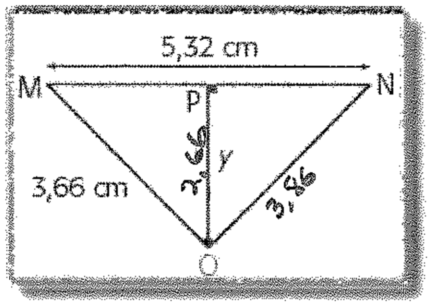
$(17{,}2)^2 = 16{,}5 \; m\overline{PS}$

$\frac{(17{,}2)^2}{16{,}5} = m\overline{PS} = 17{,}93$

• $m\overline{PQ} = \sqrt{(17{,}93 + 16{,}5)^2 - (23{,}83)^2}$

$= 24{,}85$

• Rép. $m\overline{QS} = 17{,}2 \text{ cm}$
$m\overline{QR} = 23{,}83 \text{ cm}$
$m\overline{PS} = 17{,}93$
$m\overline{PQ} = 24{,}85 \text{ cm}$



• $m\overline{NO} = \sqrt{(5{,}32)^2 - (3{,}66)^2}$
$= 3{,}86$

• $a \cdot b = h \cdot c$ (Thm produit des cathètes)

$(3{,}66) \cdot (3{,}86) = m\overline{PO} \cdot (5{,}32)$

$m\overline{PO} = 2{,}66$

• Rép. $m\overline{NO} = 3{,}86 \text{ cm}$
$m\overline{PO} = 2{,}66 \text{ cm}$