nouvelle orthographe

NOM : ____________________

GROUPE : ______

1. ( ) Marie et Julien travaillent dans un laboratoire de recherche médicale. Ils observent l'évolution des cellules d'un virus dans deux échantillons qui sont placés dans des conditions différentes.

ÉCHANTILLON OBSERVÉ PAR MARIE

L'échantillon observé par Marie contient initialement 5 cellules.

La fonction *f* décrite ci-dessous permet de déterminer le nombre de cellules dans l'échantillon selon le temps écoulé depuis le début de l'observation.

$f(x)=5(8)^x$

x : temps écoulée depuis le début de l'observation, en heures

$f(x)$: nombre de cellules dans l'échantillon observé par Marie

ÉCHANTILLON OBSERVÉ PAR JULIEN

L'échantillon observé par Julien contient initialement 5 cellules.

Julien remarque que le nombre de cellules dans l'échantillon double toutes les 20 minutes.

Le nombre de cellules augmente-t-il au même rythme dans les deux échantillons?

Expliquez votre réponse à l'aide de deux tables de valeurs.

Marie

x	$f(x)$
0h	5
1h	40
2h	320
3h	2560

Julien

x	$f(x)$
0h	5
20min	10
40min	20
1h	40
1h20	80
1h40	160
2h	320
2h20	640
2h40	1280
3h	2560

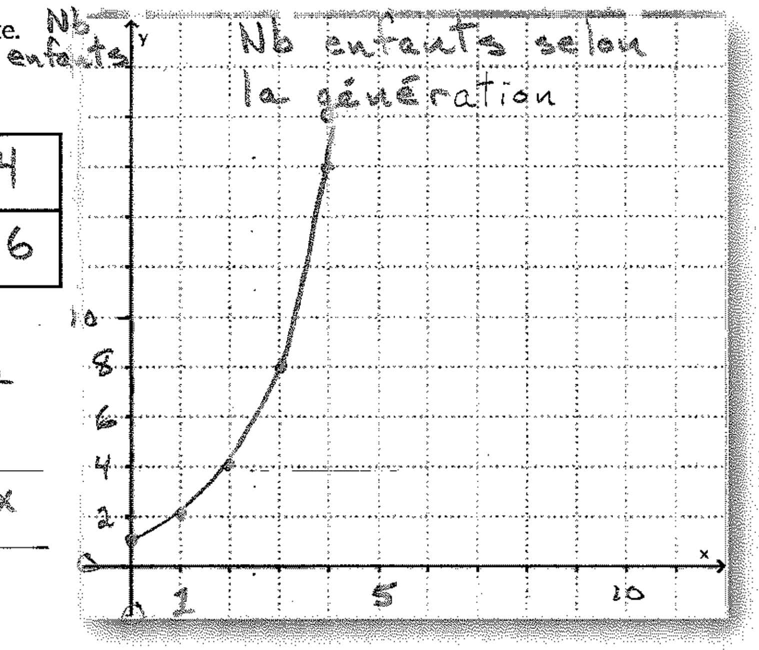
Le nombre de cellules semble augmenter au même rythme dans les 2 échantillons. Pour chaque heure terminée, le nombre de cellules coïncide.

2. Donne les autres formes d'écriture du nombre donné et détermine la base *c* qu'il serait possible d'utiliser avec une variation exponentielle.

Fraction	Pourcentage	Nombre décimal	Base (*c*) 1 - nombre décimal
$\frac{4}{5}$	80 %	0,8	1-0,8 = 0,2
3/4	75 %	0,75	1-0,75 = 0,25
$\frac{1}{5}$	20 %	0,2	1-0,2 = 0,8
2/5	40 %	0,4	1-0,4 = 0,6
8/100 = 2/25	8 %	0,08	1-0,08 = 0,92

Fraction	Pourcentage	Nombre décimal	Base (c) 1 + nombre décimal
$\frac{1}{10}$	10 %	0,1	1 + 0,1 = 1,1
1/3	33,33 %	0,333…	1 + 0,33 = 1,33
1/4	25 %	0,25	1 + 0,25 = 1,25
42/100 = 21/50	42 %	0,42	1 + 0,42 = 1,42
1/100	1 %	0,01	1 + 0,01 = 1,01

3. Un couple (1ère génération) a eu 2 enfants. Chacun des enfants du couple aura lui aussi 2 enfants et ainsi de suite.



a) Construis une table de valeurs pour cette relation?

Générations	0	1	2	3	4
Nombre d'enfants	1	2	4	8	16

b) Détermine la règle de cette relation?

$a = 1$ $\qquad c = \frac{f(x+1)}{f(x)} = \frac{4}{2} = 2$

$f(x) = 1 \cdot (2)^x = 2^x$

c) Construis le graphique représentant cette relation?

d) Combien d'enfants naitront à la 11e génération?

$f(11) = 2^{11} = 2048$

2048 enfants

4. Détermine la règle pour chacune des tables de valeurs suivantes :

x	0	1	2	3	4	5
$f(x)$	243	81	27	9	3	1

- $c = \frac{f(x+1)}{f(x)} = \frac{81}{243} = \frac{27}{81} = \frac{9}{27} = \frac{1}{3}$
- C'est une exponentielle et $c = \frac{1}{3}$
- $a = 243$

$f(x) = 243\left(\frac{1}{3}\right)^x$

x	0	1	2	3	4	5
$g(x)$	10000	8000	6400	5120	4096	3276,8

- $c_1 = \frac{g(x+1)}{g(x)} = \frac{g(2)}{g(1)} = \frac{6400}{8000} = 0,8$
- $a = 10\,000$ (valeur initiale)
- $c_2 = \frac{g(3)}{g(2)} = \frac{5120}{6400} = 0,8$
- C'est une exponentielle!

$$g(x) = 10000(0,8)^x$$

x	0	1	2	3	4	5
$h(x)$	4096	4014,08	3933,8	3855,12	3778,02	3702,46

- $c_1 = \frac{h(x+1)}{h(x)} = \frac{h(4)}{h(3)} = \frac{3778,02}{3855,12} = 0,98$
- $a = 4096$ (valeur initiale)
- $c_2 = \frac{h(2)}{h(1)} = \frac{4014,08}{4096} = 0,98$
- C'est une exponentielle!

$$h(x) = 4096(0,98)^x$$

x	0	1	2	3	4	5
$i(x)$	−2000	−2160	−2332,8	−2519,42	−2720,98	−2938,66

- $c_1 = \frac{i(x+1)}{i(x)} = \frac{i(5)}{i(4)} = \frac{-2938,66}{-2720,98} = 1,08$
- $a = -2000$ (valeur initiale)
- $c_2 = \frac{i(3)}{i(2)} = \frac{-2519,42}{-2332,8} = 1,08$
- C'est une exponentielle!

$$i(x) = -2000(1,08)^x$$

x	0	1	2	3	4	5
$j(x)$	1000	1500	2250	3375	5062,5	7593,75

- $c_1 = \frac{j(x+1)}{j(x)} = \frac{j(-1)}{j(-2)} = \frac{666,67}{444,44} = 1,5$
- $a = 1000$
- $c_2 = \frac{j(-3)}{j(-4)} = \frac{296,3}{197,53} = 1,5$
- C'est une exponentielle!

$$j(x) = 1000(1,5)^x$$

x	-3	-2	-1	1	10
$k(x)$	-0,8193	-1,065	-1,385	-2,34	-24,81

- $c_1 = \frac{K(x+1)}{K(x)} = \frac{K(-1)}{K(-2)} = \frac{-1,385}{-1,065} = 1,3$
- $c_2 = \frac{K(-2)}{K(-3)} = \frac{-1,065}{-0,8193} = 1,3$
- C'est une exponentielle

- Au point $(1 ; -2,34)$

$* \; K(x) = a \cdot (1,3)^x$

$-2,34 = a \cdot (1,3)^1$

$\frac{-2,34}{1,3} = a = -1,8$

$K(x) = -1,8(1,3)^x$

x	-5	-4	-3	-2	-1
$f(x)$	2000	2160	2332,8	2519,42	2720,98

- $c_1 = \frac{M(x+1)}{M(x)} = \frac{M(-3)}{M(-4)} = \frac{2332,3}{2159,5} = 1,08$
- $c_2 = \frac{M(-2)}{M(-3)} = \frac{2519,42}{2332,8} = 1,08$
- C'est une exponentielle!

- Au point $(-1 ; 2720,40)$

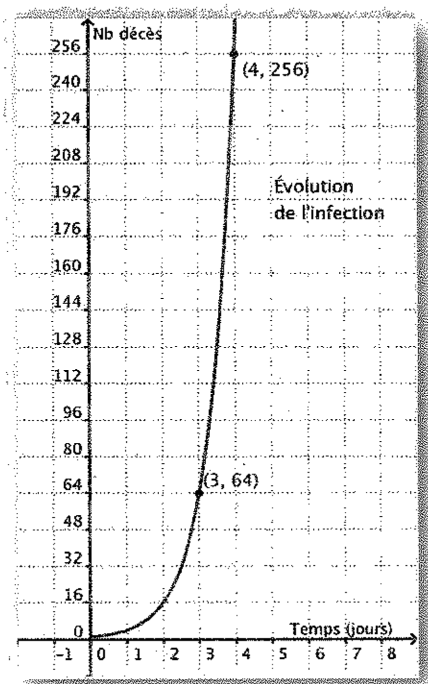
$* \; M(x) = a \cdot (1,08)^x$

$2720,40 = a \cdot (1,08)^{-1}$

$a = \frac{2720,40}{(1,08)^{-1}} = 2938,03$

$M(x) = 2938,03(1,08)^x$

5. Un vétérinaire diagnostique une infection virale très contagieuse dans une ferme aviaire. Le vétérinaire craint un développement exponentiel de la maladie. Le graphique ci-dessous illustre les craintes du vétérinaire.



a) Quelles sont les variables dans cette situation?

VI : t : Temps (jours)

VD : $D(t)$: Nb décès

b) Quelle règle représente cette fonction exponentielle?

- $c = \frac{D(t+1)}{D(t)} = \frac{D(4)}{D(3)} = \frac{256}{64} = 4$
- Au point $(4, 256)$

$* \; D(t) = a \cdot 4^t$

$256 = a \cdot 4^4$

$\frac{256}{4^4} = a = 1$

$D(t) = 1 \cdot 4^t = 4^t$

c) Selon cette hypothèse, combien de poulets seront morts après 5 jours?

$D(5) = 4^5 = 1024$ poulets

d) Si la ferme possède 5000 poulets, après combien de jours tous les poulets seraient morts, si l'infection n'avait pas été contrôlée?

t	3	4	5	6	7
$D(t)$	64	256	1024	4096	16384

Les poulets seraient tous morts durant le jour 7.

6. Complète la table de valeur suivante :

Temps (années)	0	1	2	3	6	8	10
Arbre (cm)	10	18	32,4	58,32	340,12	1102	3570,47

- $c_1 = \frac{f(x+1)}{f(x)} = \frac{f(3)}{f(2)} = \frac{58,32}{32,4} = 1,8$
- $c_2 = \frac{f(2)}{f(1)} = \frac{32,4}{18} = 1,8$
- C'est une exponentielle!

- Au point $(1, 18)$,

$* \; f(x) = a \cdot (1,8)^x$

$18 = a \cdot (1,8)^1$

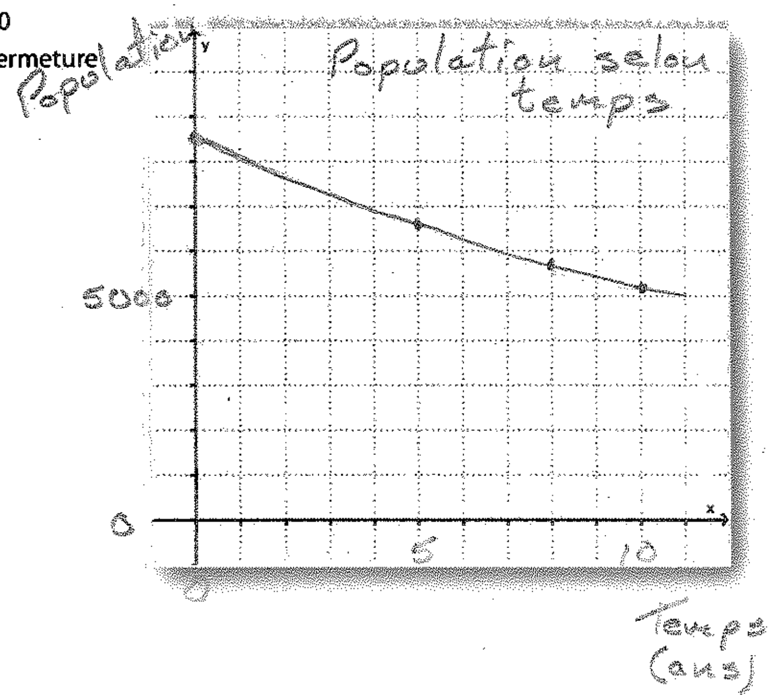
$\frac{18}{1,8} = a = 10$

$f(x) = 10\,(1,8)^x$

7. La population d'une ville du nord québécois est de 8 500 habitants. Elle décroit de 5 % par année à la suite de la fermeture d'une mine.

a) Construis une table de valeurs pour cette relation?

Temps (ans)	Population
0	8500
1	8075
2	7671
3	7288
4	6923
5	6577



b) Construis le graphique représentant cette relation.

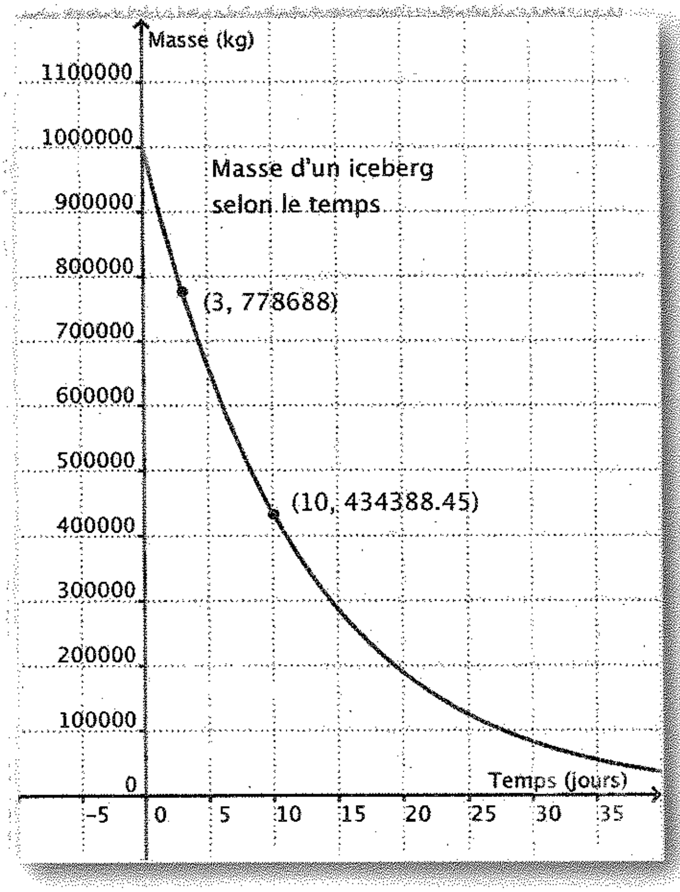
c) Détermine la règle de cette relation?

$P(t) = 8500\,(0,95)^x$

d) Combien d'habitants restera-t-il dans 7 ans?

$P(7) = 8500\,(0,95)^7 =$ 5936 habitants

8. Un iceberg perd 8 % de sa masse par jour. Voici le graphique d'un iceberg ayant une masse initiale de 1 000 000 kg. À partir de ces informations, réponds aux questions suivantes.



a) L'iceberg conserve quel pourcentage de sa masse jour après jour?

$100\% - 8\% = 92\%$

b) Quelle règle permet de calculer la masse de l'iceberg?

$M(x) = 1000\,000\,(0{,}92)^x$

c) Complète la table de valeur suivante.

Temps (jours)	Masse (kg)
0	1000000
10	434388
20	188693
22	159710
50	15466
100	239,21

d) Après combien de jours restera-t-il moins de 10 kg à l'iceberg?

• f(138) = 10,063 kg

• f(139) = 9,2578 kg

Après 139 jours

e) Identifie chaque propriété dans le tableau.

Domaine	[0, ∞[
Image	]0, 1000000]
Zéro(s)	–
Valeur initiale	1 000 000
Positive	[0, ∞[
Négative	–
Nulle	–

Croissante	–
Décroissante	[0, ∞[
Constante	–
Maximum absolu	1 000 000
Minimum absolu	–
Période	–